

Unidad 3

Geometría

■ Propósito de la unidad

En esta unidad se espera que los estudiantes relacionen el perímetro y el área del círculo con el área y el perímetro de regiones formadas en él, fundamentalmente sectores y segmentos circulares.

Además, se espera que reconozcan y calculen el área del cilindro y del cono relacionando sus dimensiones. Luego, se aborda el volumen del cono y su relación con el volumen de un cilindro de igual base y altura.

Se presenta el concepto de semejanza y se utilizan las propiedades de semejanza de triángulos y de figuras en general de manera práctica y precisa. Después, se emplean estos criterios para deducir y aplicar el teorema de Euclides. Se desarrolla la noción de modelos a escala a través de su utilización en planos, maquetas y fotografías.

Se pretende que los estudiantes relacionen la homotecia con la ampliación o reducción de figuras, para que logren copiar imágenes ampliadas o disminuidas por un factor determinado. Asimismo, se trabaja de manera pictórica y simbólica el producto de un vector por un escalar, que corresponde a la homotecia de forma vectorial.

Finalmente, deben ser capaces de desarrollar el teorema de Tales utilizando la noción de “homotecia”, “razón” y “proporción”. Este teorema y su corolario se emplearán tanto para resolver actividades de cálculo sin contexto como en situaciones o problemas contextualizados. De esta manera, se recomienda el uso de instrumentos geométricos y algún *software* educativo para las representaciones pictóricas.

■ Palabras clave

Circunferencia, círculo, radio, arco, ángulos en la circunferencia, área, perímetro, regiones circulares, cilindro, cono, volumen, semejanza, triángulo, criterios de semejanza, razón de semejanza, teorema de Euclides, homotecia, vector, teorema de Tales, división interior y exterior de un segmento.

■ Conocimientos previos

- Perímetro del círculo.
- Área del círculo.
- Operatoria con números racionales.
- Razones y proporciones.
- Ecuaciones lineales.
- Ángulos congruentes.
- Trazos proporcionales.
- Plano cartesiano.

■ Habilidades

Resolver problemas

- a. Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
 - simplificar el problema y estimar el resultado

- descomponer el problema en subproblemas más sencillos
- buscar patrones
- usar herramientas computacionales

b. Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.

c. Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.

Argumentar y comunicar

d. Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.

e. Explicar:

- soluciones propias y los procedimientos utilizados
- demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas
- generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente

f. Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de los enunciados.

g. Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración si hay saltos o errores.

Modelar

h. Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad.

j. Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerque más a la realidad.

k. Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.

Representar

l. Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.

o. Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.

■ Actitudes

- A. Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general o propios de otras asignaturas.
- B. Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.
- C. Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
- D. Trabajar en equipo de forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
- E. Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
- F. Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

Tema	Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación	Tiempo estimado
1. Sectores y segmentos circulares	<p>OA 6. Desarrollar la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares respectivamente, a partir de ángulos centrales de 60°, 90°, 120° y 180°, por medio de representaciones concretas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Dividen, mediante construcción, un círculo en sectores circulares iguales. • Reconocen la relación entre el ángulo del centro y el área o el perímetro del círculo. • Calculan áreas y perímetros de sectores circulares. • Resuelven problemas de geometría y de la vida diaria que involucran el área y el perímetro de sectores circulares. • Calculan áreas, perímetros y cuerdas de sectores y segmentos circulares. 	3 semanas
2. Área y volumen del cilindro y del cono	<p>OA 7. Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de la superficie y el volumen del cono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • desplegando la red del cono para la fórmula del área de superficie • experimentando de manera concreta para encontrar la relación entre el volumen del cilindro y el cono • aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria. 	<ul style="list-style-type: none"> • Estiman el volumen de un cono como la tercera parte del volumen de un cilindro de la misma base y altura. • Desarrollan la fórmula del volumen de un cono a partir de la fórmula del volumen del cilindro. • Desarrollan modelos de conos en 3 dimensiones y los extienden al plano en redes de conos, y viceversa. • Desarrollan la fórmula del área de un cono identificándola con el área de su red. • Calculan el volumen y el área de la superficie de un cono. • Resuelven problemas geométricos y de la vida diaria que involucran volúmenes y áreas de superficies de conos. 	3 semanas
3. Semejanza	<p>OA 10. Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Comparan modelos de objetos reales con el original y mencionan las relaciones que existen entre ellos. • Calculan, a partir de las medidas de un modelo, las medidas de un objeto real, y viceversa. • Determinan la escala entre el modelo y la realidad. • Modelan situaciones reales utilizando modelos a escala. • Verifican pictóricamente el teorema de Euclides a partir de un triángulo rectángulo isósceles. • Comprueban el teorema de Euclides mediante triángulos semejantes dentro del triángulo rectángulo. • Aplican el teorema de Euclides en problemas geométricos y de la vida cotidiana. 	3 semanas

Tema	Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación	Tiempo estimado
4. Homotecia y teorema de Tales	<p>OA 8. Mostrar que comprenden el concepto de homotecia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano • midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia • aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo • resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas. <p>OA 9. Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la resolución de problemas.</p> <p>OA 11. Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocen las propiedades de la homotecia, como paralelismo, conservación del ángulo y conservación de razones. • Conjeturan sobre el factor de la homotecia. • Realizan homotecias mediante el centro y el factor dado. • Resuelven problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas. <ul style="list-style-type: none"> • Conjeturan sobre los cambios en las razones al mover líneas y ángulos. • Reconocen que las razones de segmentos en las rectas no paralelas son iguales (teorema de Tales). • Verifican que las razones (ángulo fijo) son desiguales cuando las rectas que se intersecan no son paralelas (teorema de Tales). • Reconocen el teorema de Tales. • Explican el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia. • Resuelven problemas geométricos, de la vida diaria y de otras asignaturas que involucran el teorema de Tales. <ul style="list-style-type: none"> • Reconocen que la homotecia aplicada en vectores informa sobre la orientación entre la imagen y la preimagen, dependiendo del signo del factor. • Realizan homotecias de vectores en el plano y en el plano cartesiano. • Determinan el producto de un vector por un escalar y lo representan en el plano cartesiano. • Determinan coordenadas de vectores transformados por homotecias. 	4 semanas